

基于 SAFE 的美标冲切设计概述及与国标的异同

筑信达 郑翔

承受集中荷载的双向支承板、支承在柱上的无梁楼盖、柱下基础和桩基承台等构件，有可能由于混凝土冲切强度不足而沿闭合表面在板内发生锥体形的斜截面冲切破坏。构件的冲切破坏特点是有两个或两个以上相连的剪切破坏面。影响板抗冲切承载力的主要因素有板的混凝土强度等级、构件有效高度、荷载作用面积以及有无抗冲切钢筋等。其中，抗冲切钢筋主要用在板的高度受到限制的情况。

SAFE 是专门针对混凝土楼板和基础进行三维有限元分析和设计的软件。SAFE 将强大的基于对象的建模工具与直观的图形界面结合起来，能够快速高效地实现建模，能灵活地模拟各种形状的板构件及其相关联的构件，擅长处理开洞、托板、后张预应力钢筋布置、复杂边界等问题。同时，由于内置了很多国家的相关设计规范，使得 SAFE 成为钢筋混凝土楼板及基础设计的有力工具。

本文将结合 SAFE 实现规范要求的技术要点，介绍美标 ACI 318_14（下文简称 ACI）对非预应力构件冲切设计的相关规定，并分析与国标的异同。最后，介绍 SAFE 进行冲切设计时的设置和结果解读。

1. 冲切截面

根据 ACI 22.6.4 条，冲切验算的临界截面位于距离支承面 $d/2$ 处，其中 d 指冲切截面有效高度，取两个钢筋正交方向的有效高度的平均值（ACI 22.6.2.1）。对于矩形截面柱和集中荷载的情况，临界截面取的是周边平行于柱边或点荷载的矩形区域。对于异形截面柱，其冲切周长形状可参考图 1。综上所述，美标关于冲切截面有效高度和冲切周长的规定和国标是一样的。

SAFE 可以自动判断柱的位置（即中柱、边柱、角柱）和冲切周长，用户也可通过冲切校核覆盖项来修改相应的类型和周长（图 2）。

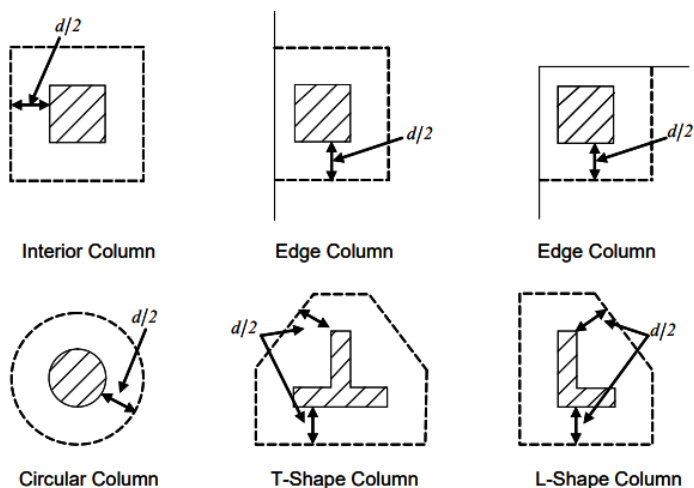


图 1 各种柱截面形式的冲切周长

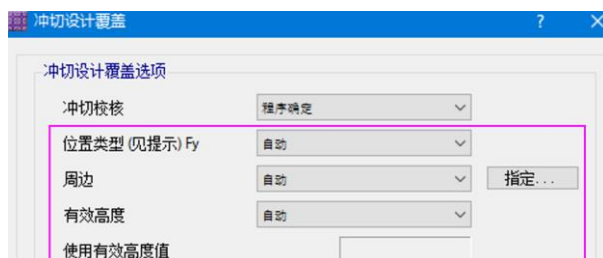


图 2 冲切覆盖项

2. 不平衡弯矩

根据 ACI 8.4.2.3.2，由柱子抵抗的楼板不平衡弯矩分配系数 γ_f ：

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

根据 ACI 8.4.4.2.2，由楼板剪应力不均匀导致的不平衡弯矩为 $\gamma_v M_{sc}$ ，其中 $\gamma_v = 1 - \gamma_f$

根据 ACI 8.4.4.2.3，当有不平衡弯矩时，内柱或边柱的剪应力分布如图 3 所示。

则：冲切临界截面处最大组合剪应力为：

$$v_{u,AB} = v_{ug} + \frac{\gamma_v M_{sc} c_{AB}}{J_c}$$

冲切临界截面处最小组合剪应力为：

$$v_{u,CD} = v_{ug} - \frac{\gamma_v M_{sc} c_{CD}}{J_c}$$

式中， J_c 是临界截面的类极惯性矩， v_{ug} 是竖向荷载导致的平均剪应力。

对中柱而言，

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$

当存在双向不平衡弯矩时，则冲切临界截面处最大的剪应力为：

$$v_{u,max} = v_{ug} + \frac{\gamma_v M_{sc} c_{AB}}{J_c} + \frac{\gamma_v M_{sc} c_{CD}}{J_c}$$

我国的《混规》GB50010-2010 的附录 F 中的式 F.0.1-5、式 F.0.1-6 也有考虑了不平衡弯矩及最大剪应力的相关计算公式：

$$F_{l,eq} = F_l + \tau_{unb,max} \mu_m h_0$$

$$\tau_{unb,max} = \frac{\alpha_{0x} M_{unb,x} a_x}{I_{cx}} + \frac{\alpha_{0y} M_{unb,y} a_y}{I_{cy}}$$

从表达形式看，我国规范与美标是类似的。上式中的 μ_m 对应冲切周长； h_0 对应冲切截面有效高度 d ； a_x 、 a_y 对应 c_{AB} 、

c_{CD} ； α_0 对应 γ_v ； J_c 对应 I_c 。但是，类极惯性矩的计算公式，两国规范有差别。我国规范 I_c 的表达式如下：

$$I_c = \frac{h_0 a_t^3}{6} + 2h_0 a_m \left(\frac{a_t}{2}\right)^2$$

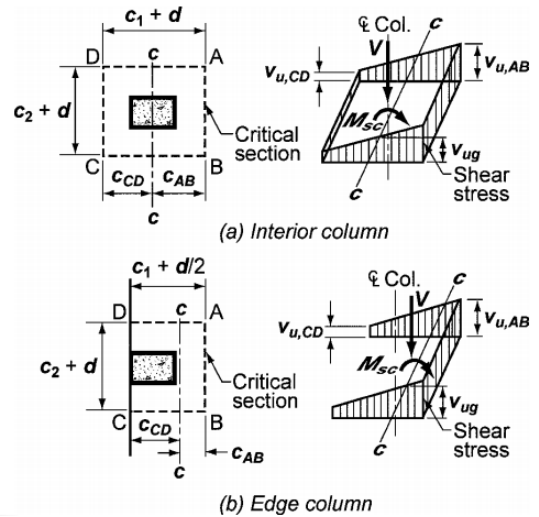


图 3 剪应力分布

其中, a_t 对应 c_1+d , a_m 对应 c_2+d 。

该式与美标 J_c 相比, 忽略了 $a_t h_0^3/6$ 项, 即略去了对应美标 J_c 公式中的 $(c_1+d)d^3/6$ 项。这与《混规》条文说明的信息一致, 即在类似惯性矩的计算公式中, 忽略了 h_0^3 的影响。

3. 无筋抗冲切承载力

根据 ACI 4.6.1 条, 无筋抗冲切承载力需满足下式:

$$\phi v_n \geq v_u$$

其中: ϕ 为抗力分项系数。取 0.75 (ACI 21.2.1)

v_n 为名义抗冲切承载力。无筋冲切, $v_n = v_c$;

v_u 为承载力极限状态荷载组合对应的设计剪应力;

v_c 为混凝土项抗冲切承载力, ACI 规定该项对应混凝土抗冲切临界剪应力;

根据 ACI 22.6.5.2 条, 无筋冲切的混凝土抗冲切剪应力 v_c 取表 1 中三者的较小值:

表 1 无筋冲切的混凝土抗冲切剪应力

v_c		
取三者较小值	$0.33\lambda\sqrt{f'_c}$	(a)
	$v_c = 0.17\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda\sqrt{f'_c}$	(b)
	$v_c = 0.083\left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right)\lambda\sqrt{f'_c}$	(c)

式中: β 为柱子长边和短边之比; 对于异形截面柱, 取有效加

载面积的最大边长与垂直于此边最大边长之比, 其中有效加载面积为包围实际加载面积且周长最小的区域, 可参考图 4 取值 (ACI 22.6.5.2);

α_s 为柱位置影响系数, 内柱取 40, 边柱取 30, 角柱取 20 (ACI 22.6.5.3);

b_0 为冲切临界截面的周长 (ACI 22.6.4.1);

d 为冲切截面有效高度, 取两个钢筋正交方向的有效高度平均值 (ACI 22.6.2.1);

$\sqrt{f'_c}$ 用于计算 v_c 的 $\sqrt{f'_c}$ 不能超过 8.3MPa (ACI 22.6.3.1);

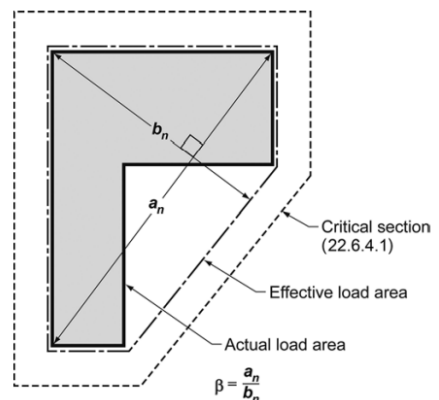


图 4 非矩形受荷区的 β 取值

λ 为轻质混凝土修正系数，对常规混凝土取 1.0 (ACI 19.2.4)。

公式 (b) 是由于柱子的长边和短边比大于 2.0 时，根据 $0.33\lambda\sqrt{f'_c}$ 算得的抗冲切剪应力偏于不安全，故考虑了柱的长边之比 β 的影响。公式 (c) 是考虑了受冲切承载力随临界周长与板有效厚度之比 b_0/d 的增大而减小。

4. 有筋抗冲切承载力

根据 ACI 4.6.1 条，有筋抗冲切承载力需满足下式：

$$\phi v_n \geq v_u$$

其中： ϕ 为抗力分项系数。取 0.75 (ACI 21.2.1)

v_n 为名义抗冲切承载力。对于有筋冲切， $v_n = v_c + v_s$ ；

v_u 为承载能力极限状态荷载组合对应的设计剪应力；

v_c 为混凝土项抗冲切承载力，ACI 规范该项对应混凝土抗冲切临界剪应力；

v_s 为钢筋项抗冲切承载力；

4.1 抗冲切钢筋配筋形式

当混凝土板的厚度不足以保证受冲切承载力时，可配置抗冲切钢筋。抗冲切钢筋可采用箍筋和栓钉两种形式，并且这两种形式在计算公式上有差异。

根据 ACI 22.6.7.1，当板的有效高度 d 不小于 150mm，且不小于 16 倍的抗冲切钢筋直径时，可以通过配置抗冲切箍筋来提高抗冲切承载力。

对于非变厚度的无抗冲切钢筋平板，只需取距离柱边 $d/2$ 作为临界截面验算冲切；但对于有抗冲切钢筋的平板，根据 ACI 22.6.4.1 (a)、(b) 和 22.6.4.2 条，还需要额外验算配置抗冲切钢筋的冲切破坏锥体以外的截面，以避免该处发生无筋冲切破坏。

根据 ACI 22.6.4.2 条，配置了抗冲切箍筋后，除需取距离柱边 $d/2$ 的第一临界截面验算冲切以外，还需要考虑第二临界截面，其位于最外侧抗冲切箍筋以外 $d/2$ 处，其冲切形状为多边形（图 5）。根据 ACI 8.7.7, R22.6.4.2 条，配置了抗冲切栓钉后，其第二临界截面与抗冲切箍筋形式类似，位于最外侧抗冲切栓钉以外 $d/2$ 处，形状亦为多边形（图 6）。SAFE 程序内部会自动验算第二临界面是否满足，无须用户手动干预。

注意：第一临界截面按有筋冲切验算，第二临界截面按无筋冲切验算。

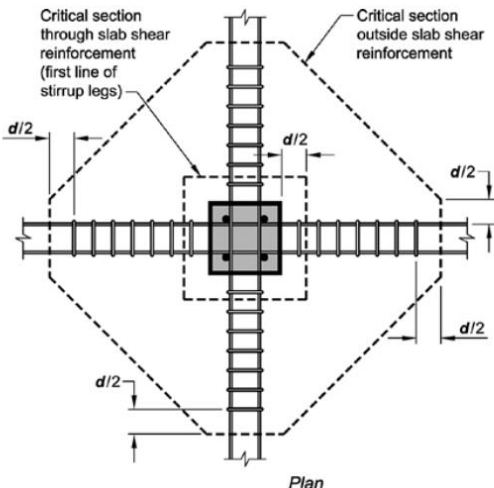


图 5 内柱第一、第二临界截面（抗冲切箍筋）

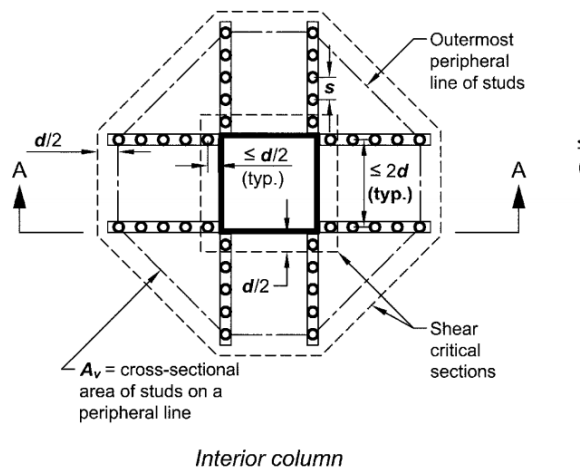


图 6 内柱第一、第二临界截面（抗冲切栓钉）

当配置了抗冲切钢筋后，根据 ACI 22.6.6.1 条，抗冲切剪应力 v_c 取值按表 2。

表 2 有筋冲切的混凝土抗冲切剪应力

抗冲切钢筋类型	根据 ACI 22.6.4.1 条，抗冲切剪应力 v_c		根据 ACI 22.6.4.2 条，抗冲切剪应力 v_c	
箍筋	$0.17\lambda\sqrt{f'_c}$	(a)	$0.17\lambda\sqrt{f'_c}$	(b)
抗剪栓钉	$0.25\lambda\sqrt{f'_c}$	(c)	$0.17\lambda\sqrt{f'_c}$	(d)

其中：ACI 22.6.4.1 条适用于各种类型柱子、集中力对应的临界截面；ACI 22.6.4.2 条适用于临近最外侧抗冲切箍筋或抗剪栓钉对应的临界截面。

配置了抗冲切钢筋后，考虑混凝土的开裂，将混凝土所能提供的承载力进行了折减。

当抗冲切钢筋的数量达到一定程度后，板的抗冲切承载力几乎不再增加。为了使抗冲切钢筋能够充分发挥作用，规范规定了板的抗冲切截面限制条件，即 ACI 22.6.6.2 条。对抗冲切钢筋数量限制，避免其不能充分发挥作用和使用阶段在局部荷载附近的斜裂缝过大。当配置了抗冲切钢筋后，有效高度 d 应保证在临界截面处的设计剪应力 v_u 不得超过表 3 的规定。

表 3 有筋冲切的设计剪应力最大值

抗冲切钢筋类型	根据 ACI 22.6.4.1 条，设计剪应力 v_u 不得超过 ϕv_{\max} :	
箍筋	$\phi v_{\max} = \phi 0.5\sqrt{f'_c}$	(a)
抗剪栓钉	$\phi v_{\max} = \phi 0.66\sqrt{f'_c}$	(b)
其中： ϕ 为抗力分项系数，取 0.75 (ACI 21.2.1)		

我国的《混规》GB50010-2010 的 6.5.3 条也规定了受冲切承载力的限值：

$$F_l \leq 1.2 f_t \eta u_m h_0$$

该公式其实就是类似于表 3 的设计剪应力最大值，只是国标的公式是以力的形式表达，而美标的公式是以剪应力的形式表达。此外，国标没有区分抗冲切钢筋是箍筋还是抗剪栓钉，取的是统一公式。

《混规》GB50010-2010 的 6.5.4 条规定，配置抗冲切钢筋的冲切破坏锥体以外的截面，尚应按本规范第 6.5.1 条（即国标无筋冲切公式）的规定进行受冲切承载力计算，此时， u_m 应取配置抗冲切钢筋的冲切破坏锥体以外 $0.5h_0$ 处的最不利周长。该条其实类似于美标第二临界面的验算规定。

4.2 抗冲切钢筋计算

由于 ACI 规范是验算的剪应力，因此抗冲切钢筋的剪应力项也应该将抗冲切钢筋承载力在临界截面平均。钢筋项抗冲切承载力 v_s 按下式计算：

$$v_s = \frac{A_v f_{yt}}{b_0 s}$$

式中： A_v 为冲切临界周长处，抗冲切钢筋的总面积；

f_{yt} 为抗冲切钢筋屈服强度 (ACI 20.2.2.4)；当需控制裂缝时， f_{yt} 不应超过 420MPa (ACI R22.6.3.2)；

b_0 为冲切临界截面的周长 (ACI 22.6.4.1)；

S 为抗冲切箍筋间距。

抗冲切钢筋所需面积按下式计算：

$$\frac{A_v}{s} = \frac{(v_u - \phi v_c) b_0}{\phi f_{yt}}$$

式中： v_c 按有筋抗冲切承载力取值；

当 $v_u > \phi v_{max}$ 时，配筋失败，此时需加大钢筋混凝土板的抗冲切尺寸，即加大托板尺寸或者增加板厚。

我国的《混规》GB50010-2010 的 6.5.3 条也以力的形式，规定了配置箍筋、弯起钢筋时的受冲切承载力：

$$F_l \leq 0.5 f_t \eta u_m h_0 + 0.8 f_{yv} A_{svu} + 0.8 f_y A_{sbu} \sin \alpha$$

该公式中的 A_{svu} 是与呈 45° 冲切破坏锥体斜截面相交的全部箍筋截面面积， A_{sbu} 是与呈 45° 冲切破坏锥体斜截面相交的全部弯起钢筋截面面积。

国标的这两个面积都是指：有效截面高度 h_0 范围内，需要配置的钢筋总量。美标公式求得的面积是指：单位宽度的抗冲切箍筋面积。两者只是公式表达形式不一样，其原理类似。

4.3 抗冲切钢筋布置要求

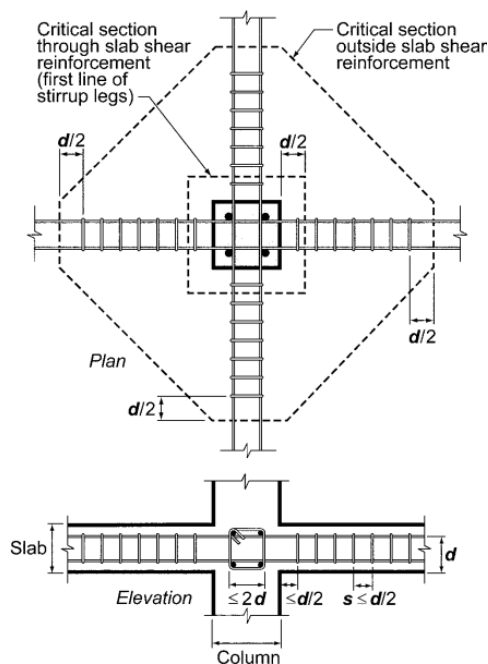


图 7 抗冲切箍筋布置示意图

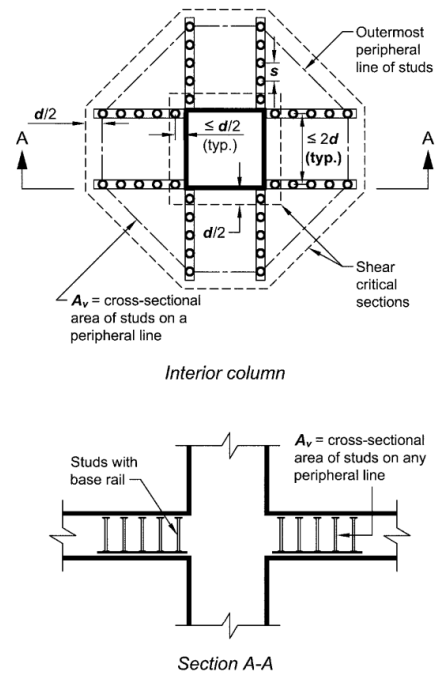


图 8 抗冲切栓钉布置示意图

抗冲切箍筋的布置要求需满足 ACI 8.7.6 条要求 (图 7)，即：

- (1) 柱边与最内侧抗冲切箍筋间距不得大于 $d/2$ ；
- (2) 抗冲切箍筋之间的间距 s 不得大于 $d/2$ ；
- (3) 抗冲切箍筋的肢距不得大于 $2d$ 。

抗冲切栓钉的布置要求需满足 ACI 8.7.7 条要求(图 8)，即：

- (1) 柱边与最内侧抗冲切栓钉间距不得大于 $d/2$ ；

- (2) 抗冲切栓钉之间的间距 s : 当 $v_u \leq \phi 0.5\sqrt{f'_c}$ 时, 不得大于 $3d/4$; 当 $v_u > \phi 0.5\sqrt{f'_c}$ 时, 不得大于 $d/2$;
- (3) 抗冲切栓钉的肢距不得大于 $2d$ 。

5. SAFE 冲切设计

以某无梁楼盖的冲切校核为例说明 SAFE 冲切设计的流程。若用户建模过程正确, 无需修改冲切设计覆盖项, 程序能自动判断构件是内柱、边柱还是角柱; 能自动计算冲切周长及冲切截面有效高度。若经过计算后, 冲切不满足, 则可选中冲切不足的节点, 通过【设计>冲切校核覆盖】, 输入抗冲切钢筋样式、钢筋强度、钢筋直径及钢筋间距, 之后再次运行设计, 程序会输出更新后的设计结果。各覆盖项的含义见 5.1 节。

5.1 覆盖项设置

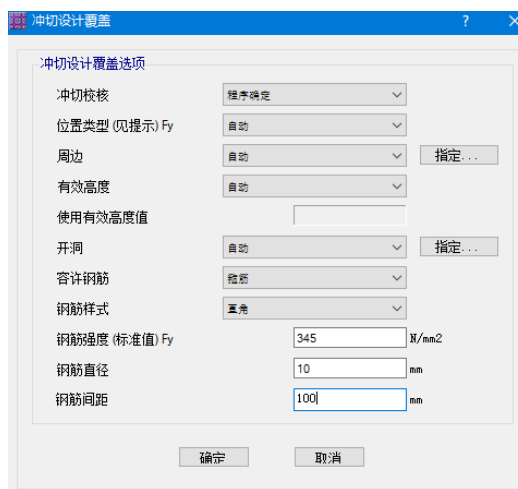


图 9 抗冲切箍筋布置示意图

SAFE 软件中, 可根据选择的各国规范, 进行相应的冲切设计。在冲切设计中, 最重要的就是冲切设计覆盖项, 图9中各个覆盖项的意义和作用见表4。

表 4 冲切设计覆盖项

NO.	项	可选值	默认值及说明
1	冲切校核	程序默认/否	“程序确定”则程序默认对模型进行冲切校核; 选择“否”, 则对选中的构件不进行冲切设计。
2	位置类型	自动/内部/边1/边2/边3/边4/角1/角2/角3/角4	“自动”则程序自动判断构件是内柱、边柱还是角柱; 也可人为指定, 影响冲切周长及柱类型。
3	周边	自动/指定冲切周长/指定受荷尺寸	“自动”则程序自动确定冲切周长; 也可人为指定冲切周长。
4	有效高度	自动/指定	“自动”则程序自动确定有效高度; 也可人为指定有效高度。
5	开洞	自动/指定	“自动”则程序自动根据开洞位置确定冲切周长; 也可人为指定开洞数据。
6	容许钢筋	否/箍筋/剪力架	“否”则程序按无筋冲切计算; “箍筋”则无筋冲切不满足时, 按抗冲切箍筋计算; “剪力架”则无筋冲切不满足时, 按抗冲切栓钉计算。
7	钢筋强度	用户输入	抗冲切钢筋的设计强度 F_y 。
8	钢筋直径	用户输入	抗冲切钢筋的直径。
9	钢筋间距	用户输入	抗冲切钢筋的间距 s

5.2 设计结果及解读

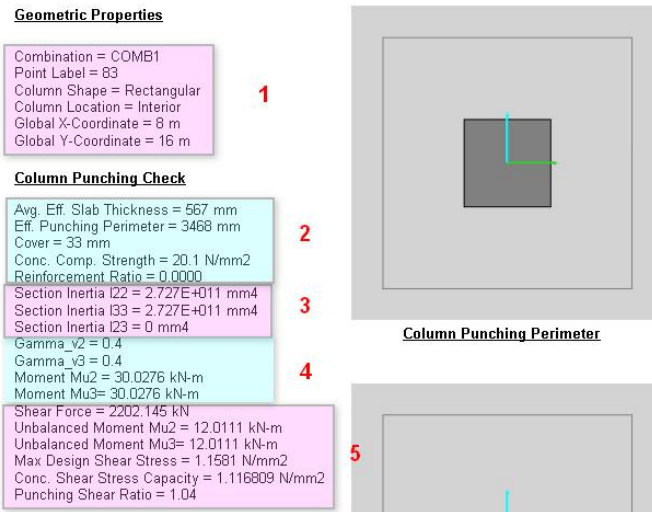


图 10: 冲切详细设计细节

SAFE 会在设计细节中输出详细的设计信息，如图 10 所示。以下按图 10 中的序号说明各部分内容的含义：

1. 冲切位置处基本信息，包括：默认最不利荷载组合、柱截面中心点标签、截面形状、位置信息、柱截面中心点坐标。
2. 计算冲切周长的相关参数，包括：冲切截面有效高度、冲切周长、混凝土保护层厚度、以及混凝土抗压强度、配筋率（欧标有关）。
3. I22、I33、I23 为对 2、3 轴在临界截面计算的类似极惯性矩，用于计算剪应力。
4. Γ_{v2} 为折减系数，与柱截面尺寸、柱位置相关，代表楼板剪应力不均匀导致的不平衡弯矩系数。Moment MU 为不平衡弯矩，绕临界截面周长重心轴作用，近似等于柱顶弯矩与剪力引起的弯矩之和。
5. Shear Force 为剪力，近似等于柱底反力扣除柱自重、冲切周长内的荷载(包含冲切范围内材料的自重)。Unbalance Moment MU：代表转化为剪力的不平衡弯矩值，等于 Γ_{v2} 与 Moment MU 的乘积。Max Design Shear Stress 为临界截面处的设计剪应力 v_u ，程序分别在柱截面四个点处计算剪应力，取最大值。Conc. Shear Stress Capacity 为考虑了抗力分项系数的混凝土项承载力 ϕv_c 。Punching Shear Ratio：冲切系数，为设计剪应力与混凝土项承载力的比值，反映抗冲切承载能力。该值小于 1 时代表冲切验算满足要求，大于 1 代表抗剪承载力不满足要求。

Punching Reinforcement Design

Rebar Yield Strength = 345 N/mm²
 Rebar Diameter = 10 mm
 Number of Rebar Sets = 11
 Number of Single Leg Stirrups per Set = 12
 Typical Rebar Spacing = 100 mm

图 11: 冲切钢筋输出细节

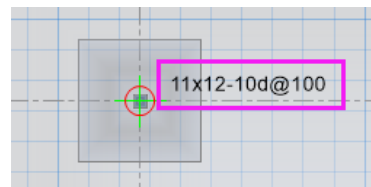


图 12: 冲切钢筋示意图

图 11、12 是 SAFE 冲切配筋信息的表达。

图 11 中，从上到下的含义为：抗冲切钢筋强度 f_y 、钢筋直径、每排箍筋总肢数、箍筋所需总排数，两排箍筋之间的距离。

综合图 11、12 的信息可知，抗冲切箍筋的屈服强度 f_y 为 345MPa，箍筋直径为 10mm，箍筋需布置的总排数为 12 排，每排箍筋在所有方向上需布置的总肢数为 11 肢。对于内柱，可在四个方向均布置抗冲切箍筋，将 11 肢除以 4，偏大取值，可得每个方向每排需布置 3 肢箍，总共需布置 12 排。最终的箍筋布置方案可参考图 13。

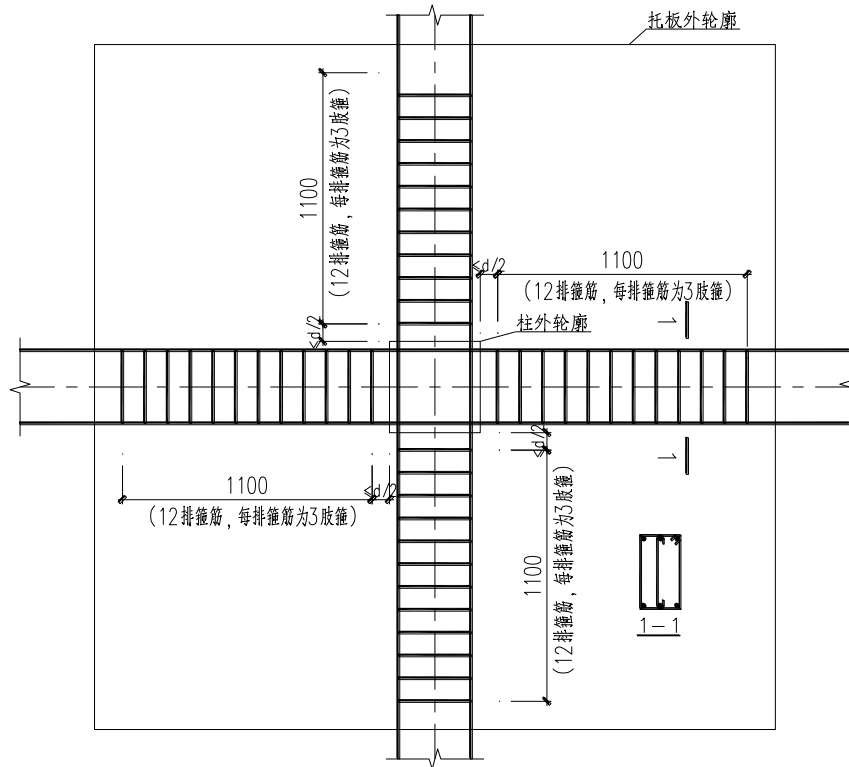


图 13 冲切钢筋布置平面示意图

参考资料

- [1] 尼尔逊. 混凝土结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994.
- [2] 混凝土结构设计规范: GB50010-2010 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.
- [3] Building Code Requirements for Structural Concrete. ACI 318M-14 [S]. 2014.